

## طاقة الوضع الكهروستاتيكية

طول  
تمارين

### تمرين 1

1- فرق الجهد الكهربائي بين النقطتين  $A(1,2,3)$  و  $B(5,6,0)$

$$V_A - V_B = \vec{E} \cdot \overline{AB}$$

$$V_A - V_B = 3 \times 10^{-2} \cdot E \leftarrow \overline{AB} \begin{cases} x_B - x_A = 4 \text{ (cm)} \\ y_B - y_A = 4 \text{ (cm)} \\ z_B - z_A = -3 \text{ (cm)} \end{cases} \text{ و } \vec{E} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ -E \end{cases}$$

$$\text{ت.ع.} \quad V_A - V_B = 3 \times 10^{-2} \times 10^6 = \underline{3.10^4 \text{ V}}$$

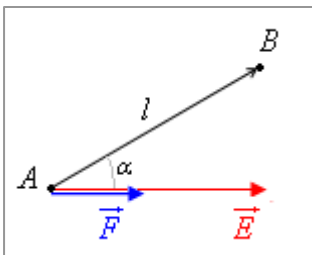
2- شغل القوة الكهروستاتيكية المطبقة على إلكترون عند انتقاله من  $A$  إلى  $B$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -e(V_A - V_B) \leftarrow \text{مع } q = -e \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q(V_A - V_B)$$

$$\text{ت.ع.} \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -1,6.10^{-19} \times 3.10^4 = \underline{-1,6.10^{-15} \text{ J}}$$

$$\text{(أي: } W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -30 \text{ keV)}$$

$$\leftarrow \text{شغل مقاوم} \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) < 0$$



### تمرين 2

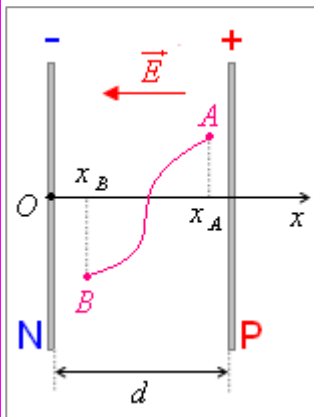
- الشغل الذي تنجزه القوة الكهروستاتيكية:

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = qEl \cos \alpha \leftarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q\vec{E} \cdot \overline{AB}$$

$$\text{ت.ع.} \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 10 \times 10^{-9} \times 100 \times 20 \times 10^{-2} \times \cos 30^\circ = \underline{1,7.10^{-7} \text{ J}}$$

### تمرين 3

1- فرق الجهد الكهربائي بين  $A$  و  $B$  و شغل القوة الكهروستاتيكية



$$\frac{V_A - V_B}{U} = \frac{d-3}{d} \leftarrow \begin{cases} V_A - V_B = E(x_A - x_B) \\ V_P - V_N = E(x_P - x_N) \end{cases}$$

$$V_A - V_B = \frac{d-3}{d} \cdot U \leftarrow$$

$$\text{ت.ع.} \quad V_A - V_B = \frac{5-3}{5} \times 1000 = \underline{400 \text{ V}}$$

$$\text{و شغل القوة الكهروستاتيكية:} \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q(V_A - V_B)$$

$$\text{ت.ع.} \quad W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = 10^{-12} \times 400 = \underline{4.10^{-10} \text{ J}}$$

**2- طاقة الوضع الكهروستاتيكية للشحنة  $q$  في  $A$  و  $B$ :**

$$E_{pe}(M) = qEx_M + Cte \quad \text{في نقطة ما } M$$

باختيار الصفيحة السالبة حالة مرجعية:  $0 = 0 + Cte \leftarrow Cte = 0$

$$E_{pe}(M) = qEx_M \leftarrow E_{pe}(M) = q \cdot U \cdot \frac{x_M}{d}$$

$$\text{و بالتالي: } E_{pe}(A) = q \cdot U \cdot \frac{x_A}{d} \quad \text{و} \quad E_{pe}(B) = q \cdot U \cdot \frac{x_B}{d}$$

$$\text{ت.ع.} \quad E_{pe}(A) = 10^{-12} \times 1000 \times \frac{4}{5} = 8.10^{-10} \text{ J} \quad \text{و} \quad E_{pe}(B) = 10^{-12} \times 1000 \times \frac{2}{5} = 4.10^{-10} \text{ J}$$

$$\Delta E_{pe} = E_{pe}(B) - E_{pe}(A) = -4.10^{-10} \text{ J} \quad \leftarrow \quad \Delta E_{pe} = -W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) \quad \text{ملحوظة: تتحقق العلاقة:}$$

**تمرين 4**

**1- شدة المجال الكهروستاتيكي**

$$E = \frac{V_A - V_B}{x_A - x_B} \leftarrow V_A - V_B = E(x_A - x_B) \leftarrow V_A - V_B = \vec{E} \cdot \vec{AB}$$

$$\text{ت.ع.} \quad E = \frac{0 - 400}{(-2 - 8) \times 10^{-2}} = 4.10^3 \text{ V.m}^{-1}$$

**2- الجهد الكهربائي في النقطة  $O$**

$$V_O = -Ex_A \leftarrow V_O - 0 = E(0 - x_A) \leftarrow V_O - V_A = E(x_O - x_A)$$

$$\text{ت.ع.} \quad V_O = -4.10^3 \times (-2 \times 10^{-2}) = 80 \text{ V}$$

**3- طاقة الوضع الكهروستاتيكية للشحنة  $q = 5 \mu\text{C}$  توجد في النقطة  $M$  ذات الألفصول  $x_M = 5 \text{ cm}$**

$$E_{pe}(M) = qEx_M + Cte$$

باختيار النقطة  $A$  حالة مرجعية:  $0 = qEx_A + Cte \leftarrow Cte = -qEx_A$

$$E_{pe}(M) = qE(x_M - x_A) \leftarrow$$

$$\text{ت.ع.} \quad E_{pe}(M) = 5 \times 10^{-6} \times 4.10^3 \times (5 - (-2)) \times 10^{-2} = 1,4.10^{-3} \text{ J}$$

**تمرين 5**

نفترض أن البروتون يصل النقطة  $N$ .

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البروتون بين  $M$  و  $N$ ، لدينا:

$$E_c(N) - E_c(M) = W_{M \rightarrow N}(\vec{F}) \quad (\text{وزن البروتون مهمل أمام القوة الكهروستاتيكية } \vec{F})$$

$$\frac{1}{2} m v_N^2 - \frac{1}{2} m v_M^2 = q(V_M - V_N) \leftarrow$$

$$v_N^2 = v_M^2 + \frac{2e}{m} (V_M - V_N) \leftarrow$$

$$\text{ت.ع.} \quad v_N^2 = 10^{10} + \frac{2 \times 1,6.10^{-19}}{1,67.10^{-27}} \times (-500 - (-100)) = -6,7.10^{10}$$

$v_N^2 < 0$ : هذا مستحيل، وافتراضنا غير صحيح، إذن لن يصل البروتون النقطة  $N$ .

**ملحوظة:**  $V_M - V_N < 0$  و  $q = +e > 0 \leftarrow W_{M \rightarrow N}(\vec{F}) = q(V_M - V_N) < 0$ : القوة الكهروستاتيكية **مقاومة**.

## تمرين 6

**1-** الطاقة الحركية لكل أيون عند وصولهما الصفحة  $P$  بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على أيون بين  $N$  و  $P$ ، لدينا:

$$E_c(P) - E_c(N) = W_{N \rightarrow P}(\vec{F}) \quad (\text{وزن أيون مهمل أمام القوة الكهرساكنة } \vec{F})$$

$$E_c(P) - E_c(N) = q(V_N - V_P) \quad \leftarrow$$

$$E_c(P) - 0 = (-e) \cdot (-U_{PN}) \quad \leftarrow$$

$$E_c(P) = e \cdot U_{PN} \quad \leftarrow$$

$$\text{ت.ع.} \quad E_c(P) = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 100 = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J} \quad (E_c(P) = 100 \text{ eV} \text{ : أي})$$

للأيونين نفس الطاقة الحركية لأن لهما نفس الشحنة و يخضعان لنفس المجال الكهرساكن.

**2-** نسبة سرعتيهما عند وصولهما الصفحة  $P$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{M(^{37}\text{Cl}^-)}{M(^{35}\text{Cl}^-)}} \quad \leftarrow \quad \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{m_2}{m_1} \quad \leftarrow \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad \text{فإن:}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{37}{35}} = 1,03 \quad \text{ت.ع.}$$

سرعة الأيون  $^{35}\text{Cl}^-$  أكبر قليلا من سرعة الأيون  $^{37}\text{Cl}^-$ .

## تمرين 7

**1-** مميزات المجال الكهرساكن المحدث بين الصفيحتين

مجال منتظم، اتجاهه عمودي على الصفيحتين، أي أفقي، منحاه من  $P_1$  إلى  $P_2$ ، و شدته:  $E = \frac{U}{d} = 5 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

**2-** قيمة كل من التوتورات  $V_O - V_N$  و  $V_O - V_M$  و  $V_M - V_N$

ينتهي لمنحى  $\vec{E}$ ، في هذه الحالة  $\vec{E}$  و  $(Ox)$  لهما نفس المنحى:  $E_x = +E$

$$V_A - V_B = -E(x_A - x_B) \quad \leftarrow \quad V_A - V_B = \vec{E} \cdot \vec{AB}$$

$$V_O - V_M = -E(x_O - x_M)$$

$$V_O - V_N = -E(x_O - x_N)$$

$$V_M - V_N = -E(x_M - x_N)$$

إذن:

$$V_O - V_M = -5 \cdot 10^3 \times (-2 \times 10^{-2}) = 100 \text{ V} \quad \text{ت.ع.}$$

$$V_O - V_N = -5 \cdot 10^3 \times (-7 \times 10^{-2}) = 350 \text{ V}$$

$$V_M - V_N = -5 \cdot 10^3 \times (-5 \times 10^{-2}) = 250 \text{ V}$$

**1.3-** مميزات القوة الكهرساكنة المطبقة على البروتون

$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$  مع  $q > 0$  ←  $\vec{F}$  و  $\vec{E}$  لهما نفس الاتجاه و نفس المنحى، و شدتها:  $F = eE$

$$F = 8 \cdot 10^{-16} \text{ N} \quad \text{ت.ع.}$$

**2.3-** سرعة البروتون عند  $M$  ثم عند  $N$

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البروتون بين  $O$  و  $M$  ( $N$ )، نجد:

$$v_N = \sqrt{\frac{2e}{m}(V_O - V_N)} \quad \text{و} \quad v_M = \sqrt{\frac{2e}{m}(V_O - V_M)}$$

$$v_N = 2,6 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{و} \quad v_M = 1,4 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

**تمرين 8**

**1-** تعبير الدالة  $V_M = f(x)$

$$\frac{V_M - V_Q}{V_P - V_Q} = \frac{d - x}{d} \leftarrow \begin{cases} V_M - V_Q = \vec{E} \cdot \overline{MQ} = E(d - x) \\ V_P - V_Q = \vec{E} \cdot \overline{PQ} = Ed \end{cases}$$

(1)  $V_M = \frac{V_P}{d}(d - x)$  و حيث أن  $V_Q = 0$ ، فإن:

**1.2-** قيمة كل من  $V_P$  و  $d$

(2)  $V_M = f(x) = 240 - 30x$  منحني الدالة  $V_M = f(x)$  مستقيم معادلته:   
 بمطابقة العلاقات (1) و (2) يستنتج:  $V_P = 240 \text{ V}$  و  $d = 8 \text{ cm}$

**2.2-** شدة المجال الكهروساكن

$$E = 3.10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \leftarrow V_P = Ed$$

**2-** تغير طاقة الوضع الكهروساكنة لبروتون ينتقل من  $P$  إلى  $Q$

طريقة 2	طريقة 1
$\Delta E_{pe} = -W_{P \rightarrow Q}(\vec{F})$ $\Delta E_{pe} = -q(V_P - V_Q) \leftarrow$ <p><math>q = +e</math> و <math>V_Q = 0</math></p> $\Delta E_{pe} = -eV_P \leftarrow$	$\Delta E_{pe} = E_{pe}(Q) - E_{pe}(P)$ $\Delta E_{pe} = (qV_Q + Cte) - (qV_P + Cte) \leftarrow$ <p><math>q = +e</math> و <math>V_Q = 0</math></p> $\Delta E_{pe} = -eV_P \leftarrow$

ت.ع.  $\Delta E_{pe} = -3,84.10^{-17} \text{ J}$  ( $\Delta E_{pe} = -240 \text{ eV}$ )

**تمرين 9**

**1-** تحديد الثابتين  $a$  و  $b$  و التمثيل المياني لتغيرات  $E$  بدلالة  $h$

$$E = a + bh$$

عند  $h = 0$ :  $E = 100 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$  و عند  $h = 1400 \text{ m}$ :  $E = 20 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

$$\begin{cases} a = 100 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \\ b \approx -0,06 \text{ V} \cdot \text{m}^{-2} \end{cases} \leftarrow \begin{cases} 100 = a \\ 20 = a + 1400b \end{cases} \leftarrow$$

$$E = 100 - 0,06h$$

و بالتالي:

**2-** شغل القوة الكهروساكنة

المجال الكهروساكن  $\vec{E}$  غير ثابت، إذن القوة الكهروساكنة  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$  غير ثابتة. و لحساب شغلها يجب حساب مجموع أشغالها الجزئية.

- الشغل الجزئي خلال انتقال جزئي  $dh$ :  $dW = \vec{F} \cdot d\vec{h} = -qE \cdot dh$

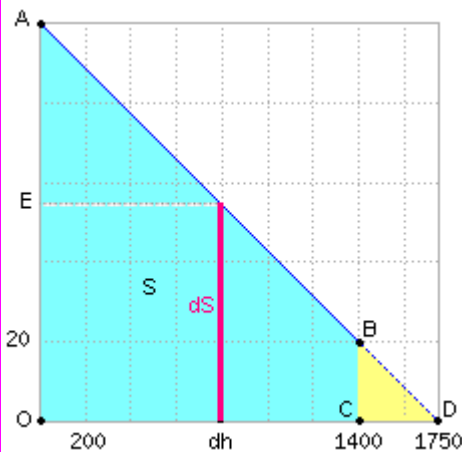
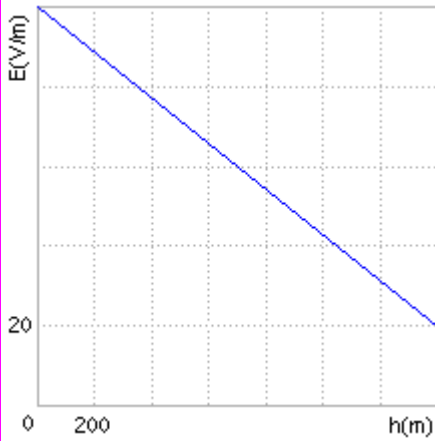
ميانيا:  $E \cdot dh = dS$  (  $dS$  مساحة مستطيل عرضه  $dh$  وطوله  $E$  )

- الشغل الكلي:  $W(\vec{F}) = \sum_{h=0}^{h=1400} dW = -q \sum_{h=0}^{h=1400} E \cdot dh$

ميانيا:  $\sum_{h=0}^{h=1400} E \cdot dh = S$  (  $S$  مساحة شبه المنحرف  $OABC$  )

$$S = S_{OAD} - S_{BCD} = \left(\frac{1}{2} \times 1750 \times 100\right) - \left(\frac{1}{2} \times (1750 - 1400) \times 100\right) = 84000$$

$$W(\vec{F}) = -10^{-10} \times 84000 = -8,4.10^{-6} \text{ J} \leftarrow$$



• استنتاج الجهد الكهربائي لنقطة تقع عند الارتفاع  $h$

$$(علاقة صالحة حتى في هذه الحالة: حالة مجال غير ثابت) \quad W_{0 \rightarrow h}(\vec{F}) = q(V_0 - V_h)$$

$$V_h = -\frac{W_{0 \rightarrow h}(\vec{F})}{q} \quad \leftarrow \quad W_{0 \rightarrow h}(\vec{F}) = -qV_h \quad \leftarrow \quad V_0 = 0 \quad \text{باختيار سطح الأرض حالة مرجعية:}$$

$$V_h = 84\,000 \text{ V} \quad \text{ت.ع.}$$

-3

• طاقة الوضع الثقالية:  $E_{pp} = mgh$  ت.ع.  $E_{pp} = 1,67 \cdot 10^{-27} \times 9,81 \times 1\,400 = 2,3 \cdot 10^{-23} \text{ J}$

• طاقة الوضع الكهروستاتيكية:  $E_{pe} = qV_h$  ت.ع.  $E_{pe} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 84\,000 = 1,3 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

**ملحوظة هامة:** لا يجوز تطبيق العلاقة  $E_{pe} = qEh$  في هذه الحالة، لأن شدة المجال الكهروستاتيكي غير ثابتة.

• مقارنة:  $\frac{E_{pe}}{E_{pp}} = 6 \cdot 10^8 \leftarrow E_{pp} \ll E_{pe}$  : طاقة الوضع الثقالية **مهملة** أمام طاقة الوضع الكهروستاتيكية.

-4 **سرعة البروتون عندما يصل سطح الأرض**

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البروتون بين  $h$  و  $0$ ، لدينا:

$$\frac{1}{2}mv^2 = e(V_h - V_0) \quad \leftarrow \quad E_c - 0 = W_{h \rightarrow 0}(\vec{F})$$

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m} \cdot V_h} \quad \leftarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,67 \cdot 10^{-27}} \times 84\,000} = 4,0 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$